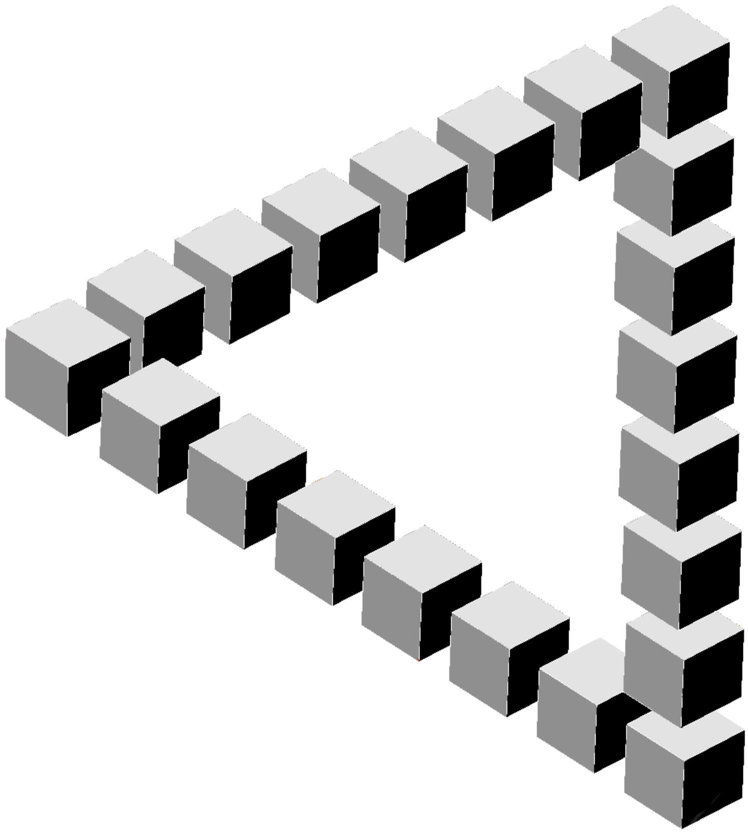
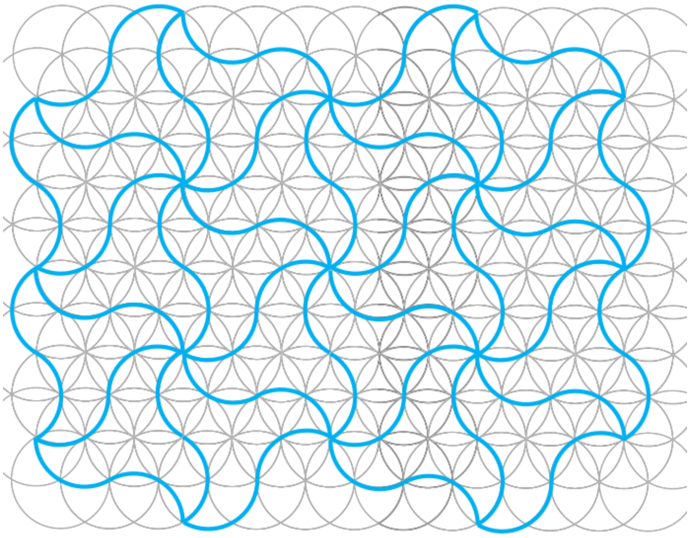
Solutions des activités du carnet exploratoire de l’exposition :

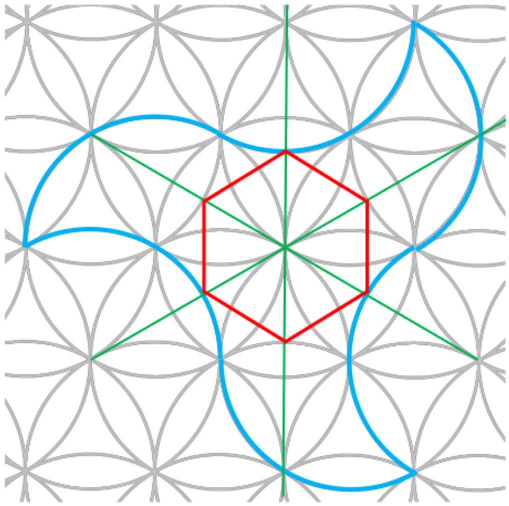
PERSPECTIVES

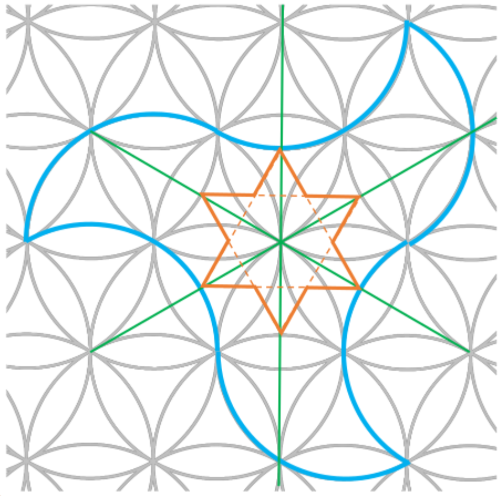
L’univers mathématique de M.C. Escher

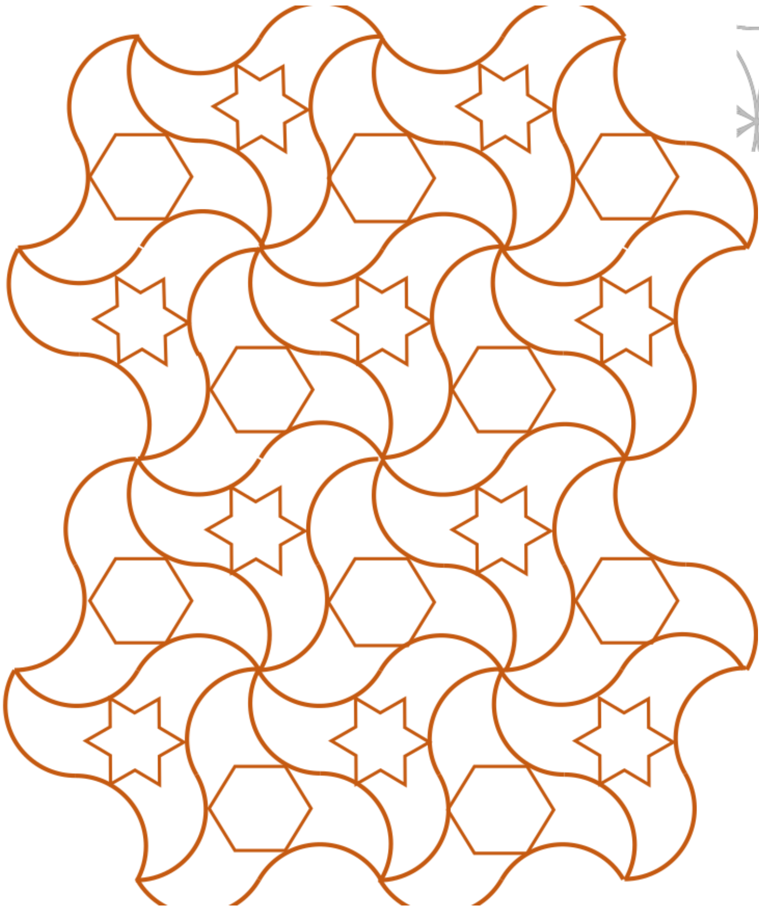


Pavage Alhambra

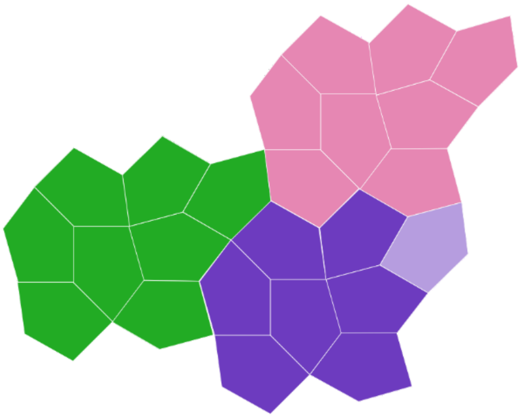




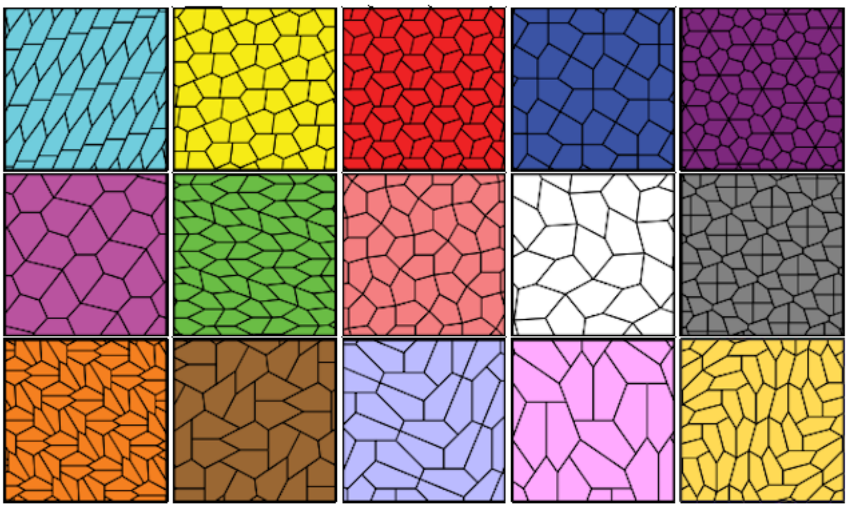




Pavage pentagonal

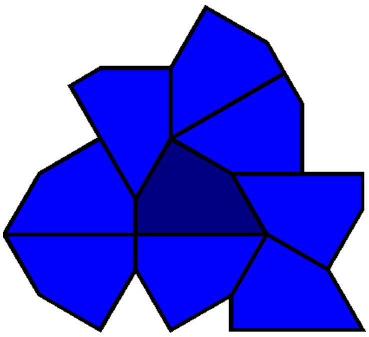


Le pavage pentagonal proposé est celui de type 8 (en rose dans l'image au centre ci-dessous). Il a la particularité d'avoir 4 côtés de même longueur. Nous vous avions donnée 7 des 8 tuiles nécessaires pour former le motif du pavage périodique.



CC-SA by EdPeggJr

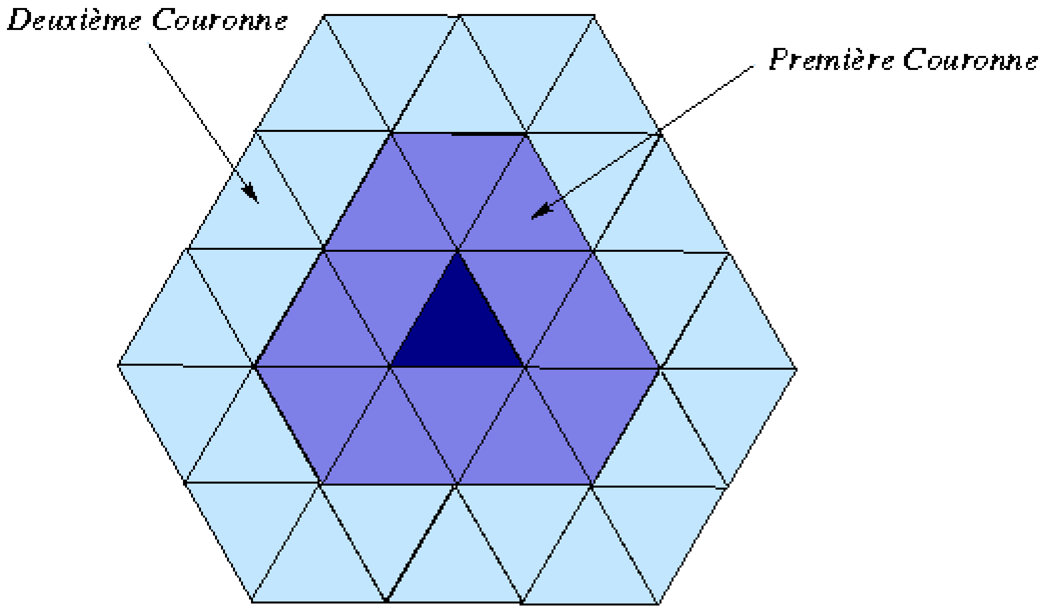
Heesch I



On peut former une seule couronne complète : le nombre de Heesch de cette pièce est donc 1. Dans la couronne, 8 pièces touchent la pièce centrale. Remarquez au passage qu'elles ne sont pas toutes du même côté, et que la pièce n'est pas symétrique !

By Shankarsivarajan - Own work, CC BY-SA 4.0

Heesch II



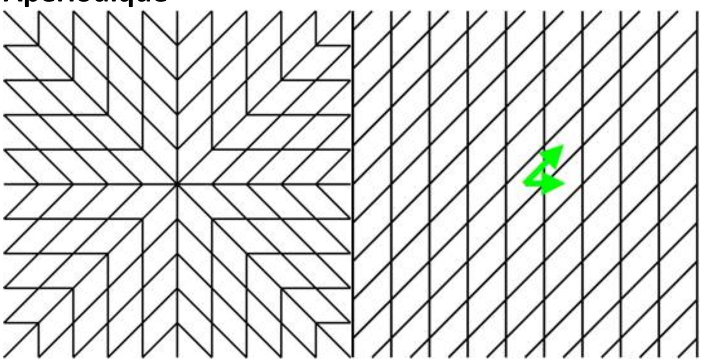
https://bellingeri.users.lmno.cnrs.fr/webpaolotassellazioni/html/link_heesch.html

On peut continuer à faire des couronnes sans jamais s'arrêter : c'est normal, car le triangle équilatéral pave le plan. Son nombre de Heesch est l'infini.

Lézardons

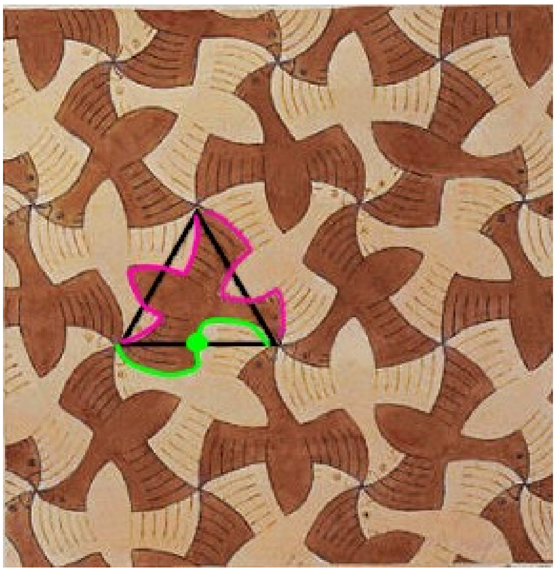
Nous vous donnons ici les motifs de taille minimale : quatre tuiles sont nécessaires dans le premier dessin, et trois dans le deuxième.

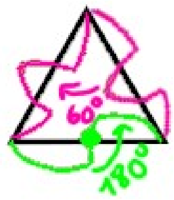
Apériodique



https://pi.math.cornell.edu/~mec/2008-2009/KathrynLindsey/PROJECT/Page5.htm

Transformation de polygones en figures reconnaissables

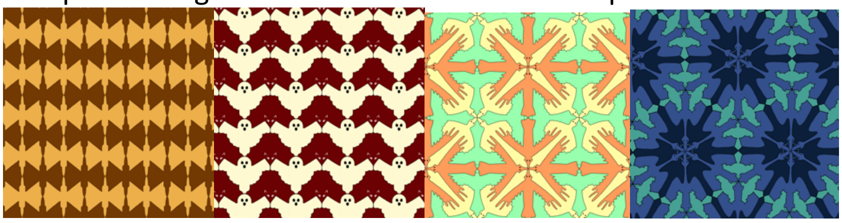




Ici, c’est la troisième technique présentée sur le poster “Comment créer un joli pavage ?” qui a été utilisée : on modifie un des côtés du triangle de base, puis on reporte cette modification sur un deuxième côté en le faisant pivoter autour du sommet (en rose). Sur le troisième côté (en vert), on a modifié un demi-côté et fait pivoter autour du milieu du côté.

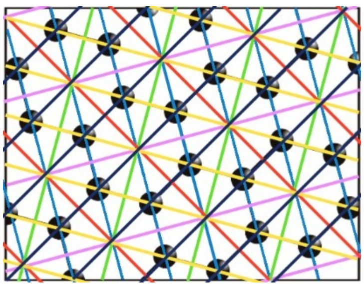
Memory

Les quatre images ci-dessous ont été réalisées par Joana Mailler.



De gauche à droite : cmm, pm, p4m, p6m

Graphène

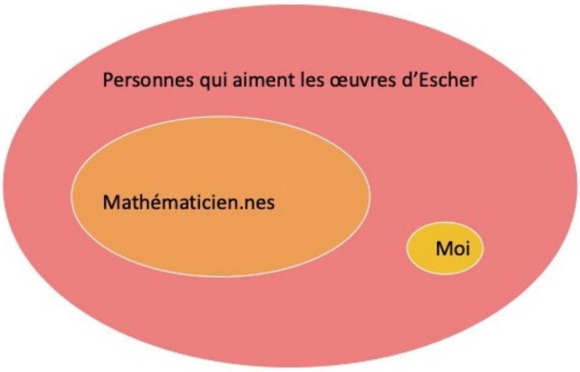


On observe 6 types d’axes de symétrie et les centres de rotations sont les centres et les sommets des hexagones.

Syllogismes

Les mathématicien.ne.s aiment les oeuvres d'Escher
J'aime les oeuvres d'Escher
Donc je suis mathématicien.ne

Ceci est un exemple de **paralogisme**. La première proposition nous dit que si on est mathématicien.ne, alors on aime les œuvres d'Escher. Mais il n'y a pas que les mathématicien.nes qui aiment Escher !
Sur le dessin, on a respecté les deux premières propositions. Et pourtant, moi ne fait pas partie du groupe des mathématicien.nes.



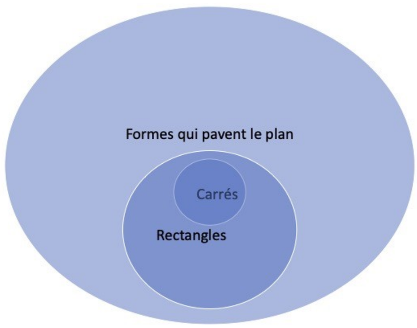
Ce même diagramme permet aussi d'illustrer le troisième raisonnement proposé, qui aussi un **paralogisme**.

Les mathématicien.ne.s aiment les oeuvres d'Escher.
Je ne suis pas mathématicien.ne.
Donc je n'aime pas les oeuvres d'Escher.
En effet, on voit à nouveau qu'on respecte les deux premières propositions : les mathématicien.nes sont parmi les personnes qui aiment Escher, Moi est en dehors du groupe des mathématicien.nes et pourtant, Moi se trouve parmi les gens qui aiment Escher !

Tous les polygones sont réguliers.
« Le chapeau » est un polygone.
Donc « Le chapeau » est régulier.

Ce **syllogisme est correct**, c'est-à-dire que la troisième proposition est correctement déduite des deux premières. Cependant, une de nos prémisses est fausse : tous les polygones ne sont pas réguliers ! On voit donc qu'il est possible de construire des syllogismes qui fournissent une conclusion incorrecte : il suffit pour cela qu'une des deux premières propositions soit fausse.

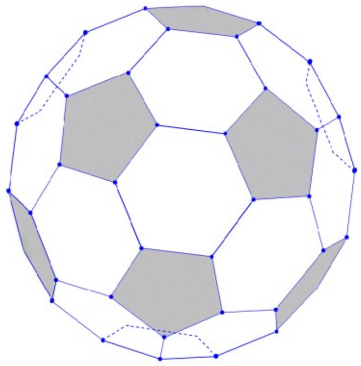
P1: Tous les rectangles pavent le plan.
P2: Les carrés sont des rectangles.
P3: Donc tous les carrés pavent le plan.
Nous avons bien là un **syllogisme** : tous les carrés sont des rectangles par P2, et tous les rectangles pavent le plan par P1. On peut donc bien conclure P3 : tous les carrés pavent le plan.



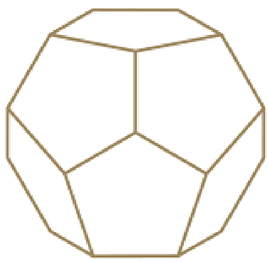
Un dernier exemple de **syllogisme** pour la route :

Les mathématicien.ne.s aiment les oeuvres d'Escher.
Je suis mathématicien.ne.
Donc j'aime les oeuvres d'Escher.

Ballon de foot
On trouve des pentagones réguliers et des hexagones réguliers sur un ballon de foot. Chaque pentagone noir est entouré par cinq hexagones blancs. Cette forme géométrique s'appelle un icosaèdre tronqué.



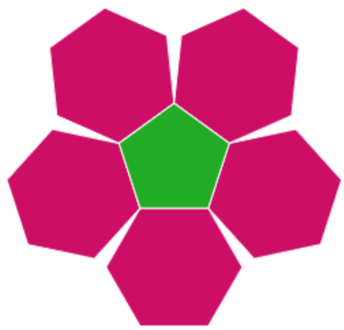
Il contient 20 hexagones et 12 pentagones.



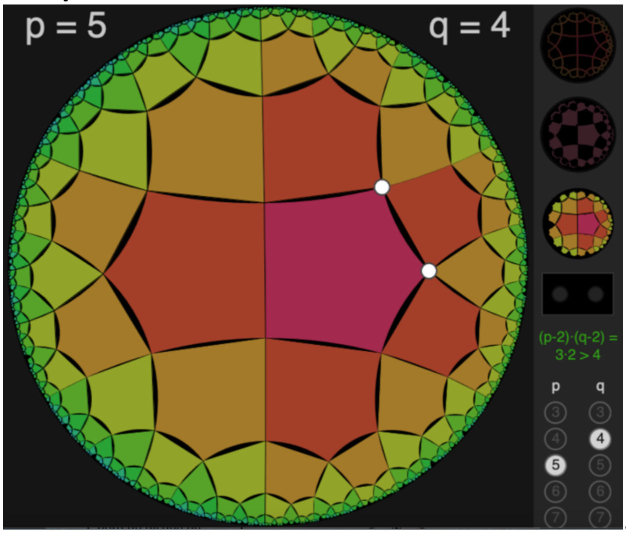
Il serait possible de construire un « ballon » en utilisant uniquement des pentagones, mais celui-ci roulerait moins bien… Il s'agirait d'un dodécaèdre régulier.

En revanche, impossible de faire ça avec des hexagones !

Lorsqu'on essaye de reproduire ce pavage sur un tableau, ça ne fonctionne pas ! En plaçant 5 hexagones réguliers autour d'un pentagone régulier, il reste des trous.



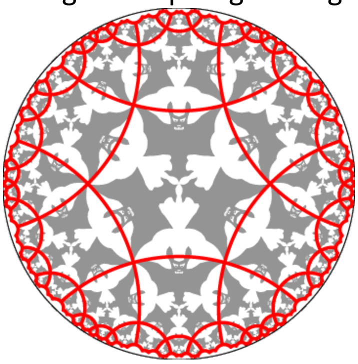
Pavage hyperbolique I

Un exemple : 

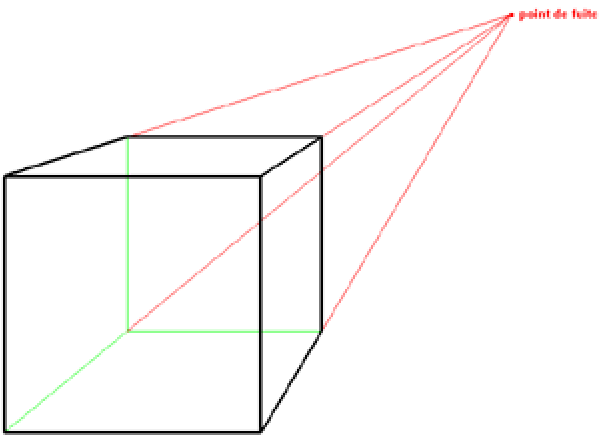
.

Pavage hyperbolique II

Il s’agit d’un pavage hexagonal dans lequel 4 hexagones se rencontrent à chaque sommet.



Cube et point de fuite

Une possibilité : 

Still Life and Street

Dans cette gravure sur bois inspirée par une rue italienne, Escher s’amuse à nouveau avec la perspective. Le plan horizontal de la table ne fait qu’un avec la rue qui apparaît à l’arrière-plan de l’image. Les livres posés sur la table semblent s’appuyer sur les murs des immeubles bordant la rue. Créée en 1937, cette oeuvre est l’une des premières des “architectures impossibles” d’Escher.

Ruban de Moebius

Lorsqu’on coupe le ruban de Moebius le long des pointillés, on obtient à nouveau un seul ruban ! Ce ruban a cette fois deux faces, et on peut voir qu’il a subi un tour complet.

Objets impossibles

Les objets suivants sont impossibles.